Srednje vrijednosti

Vrste srednjih vrijednosti

→ **Srednje vrijednosti** ili **mjere centralne tendencije**

→ **Vrste srednjih vrijednosti:**

1. POTPUNE SREDNJE VRIJEDNOSTI
2. POLOŽAJNE SREDNJE VRIJEDNOSTI
3. SPECIFIČNE SREDNJE VRIJEDNOSTI

Potpune srednje vrijednosti

- **Aritmetička sredina – (A.S.) X**
    - ☑ aritmetička sredina relativnih brojeva strukture **– P**
    - ☑ aritmetička sredina relativnih brojeva koordinacije – **R**
- **Harmonijska sredina – H**
- **Geometrijska sredina – G**
- **Aritmetička sredina aritmetičkih sredina X**

Položajne srednje vrijednosti

- → **medijan – Me** (ordinalni niz)
- → **mod - Mo** (nominalni niz, ordinalni niz)

Specifične srednje vrijednosti

- → **momenti distribucije frekvencija**

Osnovne značajke srednjih vrijednosti

- Utjecaj ekstremnih obilježja na srednje vrijednosti
- Utjecaj frekvencija u distribuciji frekvencija na srednje vrijednosti
- Utjecaj svih obilježja koja su različita od srednje vrijednosti na tu srednju vrijednost
- Odnos promatrane srednje vrijednosti i drugih obilježja

Zahtjevi srednjih vrijednosti

- Mogućnost utvrđivanja srednje vrijednosti **objektivnim računskim pravilom na jedinstven način**
- Srednja vrijednost mora biti sadržana **između najmanje i najveće vrijednosti obilježja**
- Ako su **sve srednje vrijednosti obilježja jednake, i srednja vrijednost mora biti jednaka toj vrijednosti**

Aritmetička sredina

Aritmetička sredina (MEAN), $\bar{X}$, $\bar{x}$

- **prosjek**
- **N-ti dio totala**

- **vrijednosti N.O. osnovnog skupa**

  (N – broj jedinica osnovnog skupa)

  $X_1, X_2, X_i, \ldots X_N$ $\qquad$ $i=1,2,\ldots,N$

- **vrijednosti N.O. uzorka**

  (n – broj jedinica uzorka)

  $x_1, x_2, x_i, \ldots x_n$ $\qquad$ $i=1,2,\ldots n$

Aritmetička sredina osnovnog skupa

$$\overline{X} = \frac{\text{suma vrijednosti num. obilježja osnovnog skupa}}{\text{broj jedinica osnovnog skupa}} = \frac{\text{Total}}{N}$$

Aritmetička sredina uzorka

$$\overline{x} = \frac{\text{suma vrijednosti num. obilježja uzorka}}{\text{broj jedinica uzorka}} = \frac{\text{total}}{n}$$

Jednostavna aritmetička sredina

- Jednostavna, neponderirana A.S. osnovnog skupa
- Koristi se za negrupirani niz podataka

Ako obiježje X od N elemenata ima vrijednosti mjerene na svakom elementu:

$$X: \quad X_1, X_2, X_3, \ldots X_N$$

$$\overline{X} = \frac{X1+X2+X3+\ldots+Xk}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{k} Xi}{N}$$

Ponderirana, vagana aritmetička sredina

- A.S. vagana frekvencijama
- Koristi se za grupirani niz podataka

Ako je zabilježeno *k* modaliteta obilježja, podaci predstavljaju distribuciju frekvencija sa:

$$\overline{X} = \frac{f1X1 + f2X2 + f3X3 + \ldots + fkXk}{f1 + f2 + f3 + \ldots + fk} = \frac{\sum_{i=1}^{k} fiXi}{\sum_{i=1}^{k} fi}$$

Ponderirana aritmetička sredina relativnih frekvencija

- → Relativne i apsolutne frekvencije su upravno proporcionalne!
  - ☑ **X:** X1,X2,Xi, ... , Xk

    i= 1,2, ..., k
  - ☑ **p:** p1,p2, pi, ..., pk

    i=1,2, ..., k

$$\overline{X} = \frac{\mathbf{p1X1 + p2X2 + piXi + \dots + pkXk}}{\mathbf{f1 + f2 + f3 + \dots + fk}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} piXi}{\sum_{i=1}^{k} pi}$$

Svojstva aritmetičke sredine

1. svojstvo

Algebarski zbroj odstupanja originalnih vrijednosti numeričkog obilježja od aritmetičke sredine jednak je nuli

$$\Sigma(Xi - \overline{X}) = 0$$

2. svojstvo

Zbroj kvadrata odstupanja originalnih vrijednosti numeričkog obilježja od aritmetičke sredine jednak je minimumu

$$\Sigma(Xi - \overline{X})^2 = \text{min.}$$

3. svojstvo

Aritmetička sredina uvijek se nalazi između najmanje i najveće vrijednosti numeričkog obilježja varijable Xi

$$X_{min} \leq X \leq X_{max}$$

4.svojstvo

Ako je vrijednost numeričke varijable Xi jednaka konstanti c, **aritmetička sredina** te varijable jednaka je konstanti c.

$$X = c$$

$$X_1 = X_2 = \ldots = X_k = c$$

5. svojstvo

Aritmetička sredina je sklona ekstremima

Medijan

Medijan

- Medijan (Me) je **srednja pozicijska vrijednost numeričkog obilježja ili redoslijednog obilježja**

- Medijan je srednja vrijednost redoslijednog ili numeričkog obilježja koja **elemente osnovnog skupa (statističkog niza) dijeli na dva jednaka dijela, tako da se u jednom dijelu nalaze elementi koji imaju vrijednost obilježja manju ili jednaku Me ,a u drugom dijelu se nalaze elementi koji imaju vrijednost obilježja jednaku ili veću od Me**

Određivanje medijana

Određivanje medijana moguće je kod:

- **Individualnog numeričkog obilježja**
- **Redoslijednog numeričkog obilježja**
- **Diskontinuiranog numeričkog obilježja i=1**

Izračunavanje medijana

Medijan se izračunava kod:

- **Kontinuiranog numeričkog obilježja**
- **Diskontinuiranog numeričkog obilježja gdje su razredi različiti od 1**

Grafičko određivanje medijana

Medijan se može grafički odrediti uz pomoć:

- **Kumulativnog niza "manje od"**
- **Kumulativnog niza "manje od" i kumulativnog niza "više od"**

Određivanje medijana za individualne vrijednosti

Ako je broj elemenata u skupu:

a) NEPARAN **N=(2k+1)** onda je Me=k+1

b) PARAN **N=2k** onda je Me= polusuma dva srednja elementa

POSTUPAK:

→ vrijednosti obilježja poredati po veličini

→ odrediti centralnu jedinicu

Izračunavane Me kod grupiranih vrijednosti

- Medijan se **ne može odrediti** nego se **mora izračunati** prilikom:
  - ☑ Kontinuiranog numeričkog obilježja
  - ☑ Diskontinuiranog numeričkog obilježja kada je i>1
- jer nije poznata vrijednost NO za svaki element, odnosno statističku jedinicu

POSTUPAK:

KORAK 1: Formirati kumulativni niz

KORAK 2: Naći N/2

KORAK 3: Odrediti medijalni razred

KORAK 4a: Uvrstiti podatke u formulu za korištenje kumulativnog niza “manje od”

$$\mathbf{Me} = \mathbf{l_1} + \frac{N/2 - \Sigma fi}{f_{\mathbf{med}}} * \mathbf{i}$$

l_1 – donja granica medijalnog razreda

Σfi – zbroj frekvencija odozgo prema dolje do medijalnog razreda

i – veličina medijalnog razreda

f_{med} – originalna frekvencija medijalnog razreda

KORAK 4b: Uvrstiti podatke u formulu za korištenje kumulativnog niza “više od”

$$Me = l_2 - \frac{N/2 - \Sigma fi}{f_{med}} * i$$

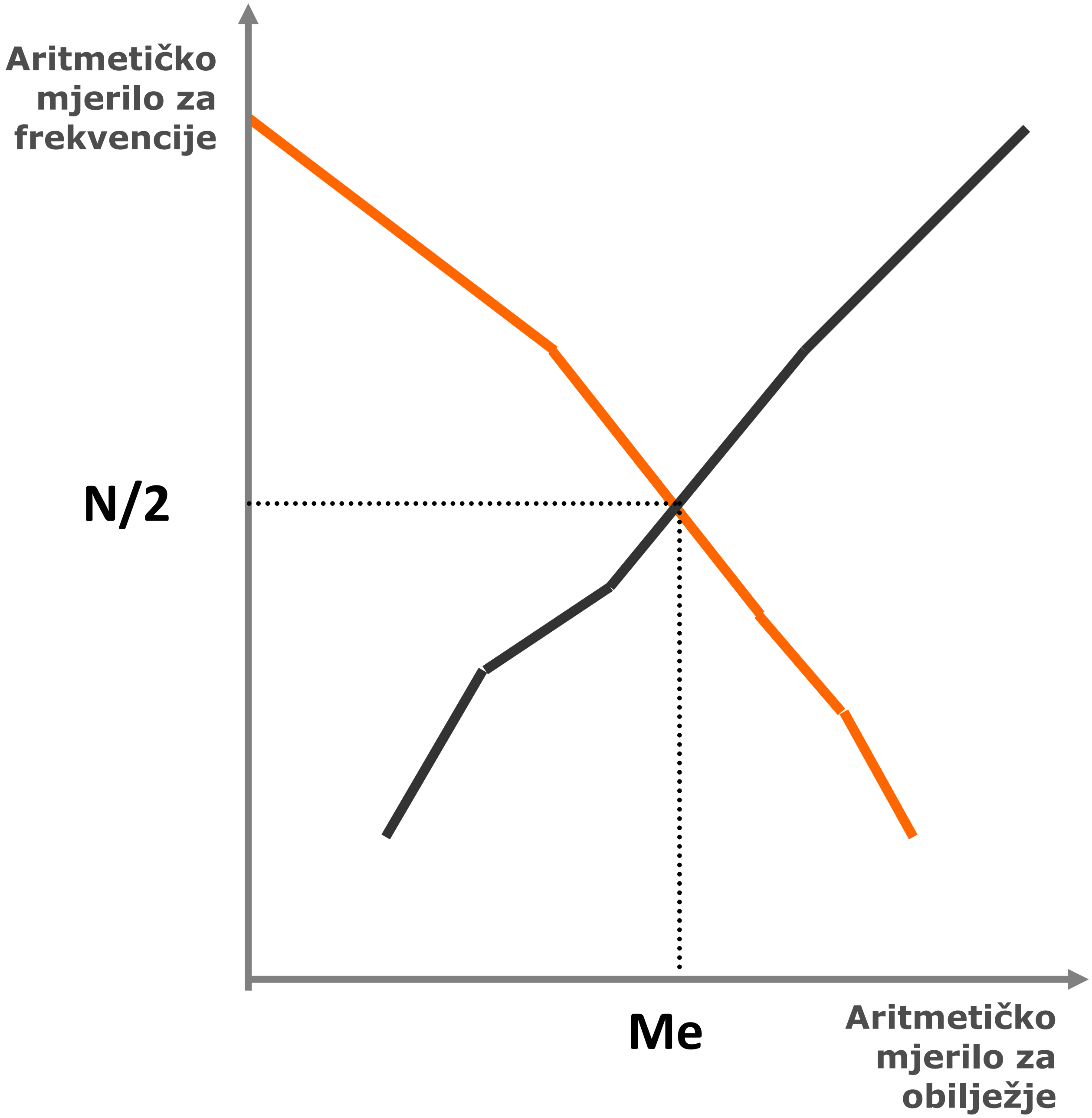
l_2 – gornja granica medijalnog razreda

Σfi – zbroj frekvencija odozgo prema dolje do medijalnog razreda

i – veličina medijalnog razreda

f_{med} – originalna frekvencija medijalnog razreda

Grafičko određivanje medijana



Uporaba medijana

- Kod **redoslijednog obilježja** medijan je prihvatljivija mjera od aritmetičke sredine
- Za **vrlo asimetrične distribucije**, te distribucije s ekstremno visokim i/ili niskim krajnjim vrijednostima
- Za **distribucije s otvorenim razredima** gdje procjena donje odnosno gornje granice bitno utječe na aritmetičku sredinu

Mod

MOD (Mo)

- Mod je vrijednost *redoslijednog* ili *numeričkog* obilježja koja se **<u>najčešće</u>** javlja u statističkom nizu

- Mod je vrijednost obilježja oko koje se elementi statističkog skupa **<u>najgušće</u>** gomilaju

- Mod dijeli distribuciju frekvencija na lijevu (rastuću-uzlaznu) i desnu (opadajuću-silaznu) stranu

Utvrđivanje moda

- Mod se utvrđuje ako su jedinice numeričkog obilježja grupirane u razrede veličine 1, tada je modalna vrijednost, vrijednost razreda koji ima najveću frekvenciju

- *Primjer:*

Ocjena na ispitu	Br. studenata
1	12
2	18
3	31
4	11
5	9
Σ	81

Izračunavanje moda

- **Mod se izračunava** kada su elementi statističkog skupa (niza) grupirani prema:
  - ☑ **diskontinuirnom numeričkom obilježju s razredima i>1**
  - ☑ **kontinuiranom numeričkom obilježju**

- Kod distribucija koje su grupirane u **razrede nejednakih veličina**, izračunavanju moda prethodi korigiranje frekvencija:

$$fc = \frac{fi}{i}$$

→ Na temelju određenog Mo razreda (b) te dva susjedna razreda: lijevog (a) i desnog (c), izračunava se vrijednost Mo

$$Mo = l_1 + \frac{(b-a)}{(b-a)+(b-c)} i$$

l_1 – donja granica modalnog razreda

b – frekvencija modalnog razreda (najveća frekvencija)

a – frekvencija razreda **ispred** Mo razreda

c – frekvencija razreda **iza** Mo razreda

i – veličina modalnog razreda

U distribuciji frekvencija može postojati:

- ☑ jedna Mo vrijednost - **UNIMODALNA DISTRIBUCIJA**
- ☑ dvije Mo vrijednosti - BIMODALNA DISTRIBUCIJA
- ☑ više Mo vrijednosti - **MULTIMODALNA DISTRIBUCIJA**

→ Grafički se Mo može odrediti kada se na krivulji distribucije frekvencija (poligon frekvencija) pronađe najveća ordinata (ili tjeme) iz kojeg se spušta okomica na apscisu, gdje se potom pročita vrijednost Mo

Nedostaci i prednosti Mo

☑ **NEDOSTACI**

→ ovisan je načinu formiranja razreda

→ nema smisla ako se distribucija približava pravokutnoj

→ sporan je kod bimodalne ili multimodalne distribucije

☑ **PREDNOSTI**

→ kod distribucija s ekstremno malim ili velikim vrijednostima NO Me i x imaju težnju njihovom približavanju, pri čemu će primicanje Me biti značajno manje od primicanja x

→ **Mo** neće imati tu tendenciju jer ga određuje ***najveća frekvencija***