

# Sadržaj

- 1. Pojam i predmet proučavanja statistike**
- 2. Izvori podataka i metode prikupljanja podataka**
- 3. Faze rada statističke metode**
- 4. Statističko tabeliranje**
- 5. Grafičko prikazivanje nominalnih i redoslijednih nizova**
- 6. Relativni brojevi kvalitativnih nizova**
- 7. Numerički nizovi**
- 8. Grafičko prikazivanje numeričkih nizova**
- 9. Srednje vrijednosti**
- 10. Aritmetička sredina**
- 11. Medijan**
- 12. Mod**
- 13. Mjere disperzije**
- 14. Standardizirano obilježje**
- 15. Analiza vremenskih nizova**
- 16. Indeksna metoda**
- 17. Individualni indeksi stalne baze**
- 18. Verižni indeksi**
- 19. Preračunavanje individualnih indeksa**
- 20. Srednje vrijednosti vremenskih nizova**
- 21. Skupni indeksi**
- 22. Linearni trend**
- 23. Regresija i korelacija**
- 24. Metoda uzorka**



# Numerički nizovi

# Numerički niz

→ Numerički nizovi konstruiraju se uređenjem vrijednosti kvantitativnih varijabli

→ **Vrste:**

- NUMERIČKI **KONTINUIRANI** NIZOVI
- NUMERIČKI **DISKONTINUIRANI** NIZOVI

→ **GRUPIRANJE – raščlanjivanje statističkog skupa prema modalitetima obilježja**

→ **Grupiranje podataka:**

**ISKLJUČIVO**

**ISCRPNO**

# Numerički niz

DISTRIBUCIJA FREKVENCIJA =

skup:  $(x_i, f_i)$  gdje je

$$\sum_{i=1}^k f_i = N$$

$N$  - broj jedinica statističkog skupa

$i = 1, 2, \dots, k$

$k$  – broj modaliteta obilježja

$x_i$  – vrijednosti modaliteta obilježja

$f(i)$  APSOLUTNA FREKVENCIJA

$p(i)$  RELATIVNA FREKVENCIJA

# Numerički niz

→ Pojedinačni par u distribuciji frekvencija predstavlja NUMERIČKU GRUPU, tj. broj jednakih vrijednosti modaliteta obilježja varijable x

Modaliteti obilježja	Obilježje ( $x_i$ )	Broj jedinica modaliteta obilježja ( $f_i$ )	Distribucija frekvencije
	$x_1$	$f_1$	$(x_1, f_1)$
	$x_2$	$f_2$	$(x_2, f_2)$
	...	...	...
	$x_k$	$f_k$	$(x_k, f_k)$
		$f_i = N$	

# **Granice razreda**

## **1.) NOMINALNE GRANICE** (zadane)

- za izračunavanje parametara diskontinuiranog numerickog niza

## **2.) PRAVE GRANICE** ("popravljene")

- za izračunavanja parametara kontinuiranog numerickog niza
- crtanje kontinuiranog numerickog niza

## **3.) PRECIZNE GRANICE**

- samo za crtanje diskontinuiranih numerickih nizova

# **Formiranje razreda kod kontinuiranog n.o.**

## **PRAVILO:**

Gornja granica prethodnog razreda jednaka je donjoj granici idućeg razreda

# **Formiranje razreda kod diskontinuiranog n.o.**

## **PRAVILO:**

Donja granica idućeg razreda za 1 jedinicu je veća od gornje granice prethodnog razreda

# Veličina razreda

→ Oznaka za veličinu razreda je "i"

→  $i = L_{1i+1} - L_{1i}$        $i = 1, 2, \dots k$

→ VELIČINA RAZREDA – od donje granice idućeg razreda oduzmemmo donju granicu prethodnog razreda

# Razredna sredina

→ za kontinuirane i diskontinuirane nizove

$$x_i = \frac{L_{1i} + L_{2i}}{2}$$

→ **RAZREDNA SREDINA** – jednaka je poluzbroju donje ( $L_1$ ) i gornje ( $L_2$ ) prave granice  $i$ -tog razreda

# Korigirane frekvencije

- Ako su veličine razreda međusobno različite, podijeliti originalne frekvencije pripadajućim veličinama razreda ili njima proporcionalnim vrijednostima
- Frekvencije se obavezno korigiraju:
  - za crtanje poligona frekvencija
  - za crtanje histograma
  - pri izračunavanju moda

# Korigirane frekvencije

→ **F<sub>c</sub> = absolutne korigirane frekvencije**

$$f_c = \frac{f_i}{i}$$

→ **P<sub>c</sub> = relativne korigirane frekvencije**

$$p_c = \frac{p_i}{i}$$



# Grafičko prikazivanje numeričkih nizova

# Grafičko prikazivanje numeričkih nizova

Numerički nizovi prikazuju se slijedećim vrstama grafikona:

→ LINIJSKIM GRAFIKONOM

→ poligon frekvencija

→ specifičnim vrstama POVRŠINSKOG GRAFIKONA

→ Histogram

→ S-L dijagram

# 1. Linijski grafikon

## POLIGON FREKVENCIJA (MNOGOKUTNIK)

- distribucija frekvencija (ili kretanje neke pojave) se prikazuje linijama
- ako je prethodno nacrtan histogram: polovice vrhova stupaca (tj. sredine razreda  $X_i$ ) spojiti linijama
- ucrtana linija:
  - oblik distribucije frekvencija
- površina ispod linije:
  - ukupan broj elemenata statističkog skupa ili opseg stat. skupa

→ os X – vrijednost numeričkog obilježja izraženog sredinom razreda ( $x_i$ )

→ os Y – frekvencija:

- absolutna ( $f_i$ ),
- relativna ( $p_i$ ),

→ za razrede nejednakih veličina:

- korigirati frekvencije!
- aps. korigirana ( $f_c$ )
- rel. korigirana ( $p_c$ )

## 2. Površinski grafikon

- grafikon kontura stupaca
- stupci se crtaju bez razmaka
- visina pravokutnika – frekvencija  
(  $f_i$ ,  $f_c$ ,  $p_i$ ,  $p_c$  )
- baza pravokutnika – veličina razreda
- površina svih pravokutnika jednaka je zbroju apsolutnih frekvencija, tj. relativnih frekvencija (1 ili 100 ili 1000)

# Grafičko prikazivanje kumulativnih nizova

→ Kumulativni nizovi se UVIJEK tvore od originalnih vrijednosti

→ KN “manje od”

X : gornja granica promatranog razreda

Y: frekvencija kumulativnog niza

→ KN “više od”

X: donja granica promatranog razreda

Y: frekvencija kumulativnog niza



# Srednje vrijednosti

# Vrste srednjih vrijednosti

- Srednje vrijednosti ili mjere centralne tendencije
- Vrste srednjih vrijednosti:
  1. POTPUNE SREDNJE VRIJEDNOSTI
  2. POLOŽAJNE SREDNJE VRIJEDNOSTI
  3. SPECIFIČNE SREDNJE VRIJEDNOSTI

# Potpune srednje vrijednosti

→ **Aritmetička sredina – ( A.S.) X**

✓ aritmetička sredina relativnih brojeva  
strukture – P

✓ aritmetička sredina relativnih brojeva  
koordinacije – R

→ **Harmonijska sredina – H**

→ **Geometrijska sredina – G**

→ **Aritmetička sredina aritmetičkih  
sredina X**

# Položajne srednje vrijednosti

- **medijan –  $M_e$**  (ordinalni niz)
- **mod -  $M_o$**  (nominalni niz, ordinalni niz)

# Specifične srednje vrijednosti

- **momenti distribucije frekvencija**

# Osnovne značajke srednjih vrijednosti

- Utjecaj ekstremnih obilježja na srednje vrijednosti
- Utjecaj frekvencija u distribuciji frekvencija na srednje vrijednosti
- Utjecaj svih obilježja koja su različita od srednje vrijednosti na tu srednju vrijednost
- Odnos promatrane srednje vrijednosti i drugih obilježja

# Zahtjevi srednjih vrijednosti

- Mogućnost utvrđivanja srednje vrijednosti **objektivnim računskim pravilom na jedinstven način**
- Srednja vrijednost mora biti sadržana **između najmanje i najveće vrijednosti obilježja**
- Ako su **sve srednje vrijednosti obilježja jednake, i srednja vrijednost mora biti jednaka toj vrijednosti**



# Aritmetička sredina

# Aritmetička sredina (MEAN), $\bar{X}$ , $\bar{x}$

- prosjek
- N-ti dio totala
- vrijednosti N.O. osnovnog skupa

(N – broj jedinica osnovnog skupa)

$$X_1, X_2, X_i, \dots, X_N \quad i=1, 2, \dots, N$$

- vrijednosti N.O. uzorka

(n – broj jedinica uzorka)

$$x_1, x_2, x_i, \dots, x_n \quad i=1, 2, \dots, n$$

# **Aritmetička sredina osnovnog skupa**

$$\bar{X} = \frac{\text{suma vrijednosti num. obilježja osnovnog skupa}}{\text{broj jedinica osnovnog skupa}} = \frac{\text{Total}}{N}$$

# **Aritmetička sredina uzorka**

$$\bar{X} = \frac{\text{suma vrijednosti num. obilježja uzorka}}{\text{broj jedinica uzorka}} = \frac{\text{total}}{n}$$

# Jednostavna aritmetička sredina

- Jednostavna, neponderirana A.S. osnovnog skupa
- Koristi se za negrupirani niz podataka

Ako obiježje X od N elemenata ima vrijednosti mjerene na svakom elementu:

X:  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_k}{N} = \frac{\sum_{i=1}^k X_i}{N}$$

# Ponderirana, vagana aritmetička sredina

- A.S. vagana frekvencijama
- Koristi se za grupirani niz podataka

Ako je zabilježeno  $k$  modaliteta obilježja,  
podaci predstavljaju distribuciju frekvencija  
sa:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i X_i}{\sum_{i=1}^k f_i}$$

# Ponderirana aritmetička sredina relativnih frekvencija

→ Relativne i absolutne frekvencije su upravno proporcionalne!

**X:**  $X_1, X_2, X_i, \dots, X_k$

$i = 1, 2, \dots, k$

**p:**  $p_1, p_2, p_i, \dots, p_k$

$i = 1, 2, \dots, k$

$$\bar{X} = \frac{p_1 X_1 + p_2 X_2 + p_i X_i + \dots + p_k X_k}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_k} = \frac{\sum_{i=1}^k p_i X_i}{\sum_{i=1}^k p_i}$$

# Svojstva aritmetičke sredine

## 1. svojstvo

Algebarski zbroj odstupanja originalnih vrijednosti numeričkog obilježja od aritmetičke sredine jednak je nuli

$$\Sigma(X_i - \bar{X}) = 0$$

## 2. svojstvo

Zbroj kvadrata odstupanja originalnih vrijednosti numeričkog obilježja od aritmetičke sredine jednak je minimumu

$$\Sigma(X_i - \bar{X})^2 = \text{min.}$$

### 3. svojstvo

Aritmetička sredina uvijek se nalazi između najmanje i najveće vrijednosti numeričkog obilježja varijable  $X_i$

$$X_{\min} \leq X \leq X_{\max}$$

### 4.svojstvo

Ako je vrijednost numeričke varijable  $X_i$  jednaka konstanti  $c$ , aritmetička sredina te varijable jednaka je konstanti  $c$ .

$$X = c$$

$$X_1 = X_2 = \dots = X_k = c$$

### 5. svojstvo

Aritmetička sredina je sklona ekstremima



# Medijan

# Medijan

- Medijan ( $Me$ ) je **srednja pozicijska vrijednost numeričkog obilježja ili redoslijednog obilježja**
- Medijan je srednja vrijednost redoslijednog ili numeričkog obilježja koja **elemente osnovnog skupa (statističkog niza) dijeli na dva jednaka dijela, tako da se u jednom dijelu nalaze elementi koji imaju vrijednost obilježja manju ili jednaku  $Me$ , a u drugom dijelu se nalaze elementi koji imaju vrijednost obilježja jednaku ili veću od  $Me$**

# **Određivanje medijana**

Određivanje medijana moguće je kod:

- Individualnog numeričkog obilježja
- Redoslijednog numeričkog obilježja
- Diskontinuiranog numeričkog obilježja  $i=1$

# **Izračunavanje medijana**

Medijan se izračunava kod:

- Kontinuiranog numeričkog obilježja
- Diskontinuiranog numeričkog obilježja gdje su razredi različiti od 1

# **Grafičko određivanje medijana**

Medijan se može grafički odrediti uz pomoć:

- Kumulativnog niza “manje od”
- Kumulativnog niza “manje od” i kumulativnog niza “više od”

# Određivanje medijana za individualne vrijednosti

Ako je broj elemenata u skupu:

- a) NEPARAN  $N=(2k+1)$  onda je  $Me=k+1$
- b) PARAN  $N=2k$  onda je  $Me= \text{polusuma dva srednja elementa}$

## **POSTUPAK:**

- vrijednosti obilježja poredati po veličini
- odrediti centralnu jedinicu

# Izračunavane Me kod grupiranih vrijednosti

- Medijan se ne može odrediti nego se mora izračunati prilikom:
  - Kontinuiranog numeričkog obilježja
  - Diskontinuiranog numeričkog obilježja kada je  $i > 1$
- jer nije poznata vrijednost NO za svaki element, odnosno statističku jedinicu

## **POSTUPAK:**

**KORAK 1:** Formirati kumulativni niz

**KORAK 2:** Naći  $N/2$

**KORAK 3:** Odrediti medijalni razred

**KORAK 4a:** Uvrstiti podatke u formulu za korištenje kumulativnog niza "manje od"

$$Me = l_1 + \frac{N/2 - \Sigma f_i}{f_{med}} * i$$

**$l_1$**  – donja granica medijalnog razreda

**$\Sigma f_i$**  – zbroj frekvencija odozgo prema dolje do medijalnog razreda

**$i$**  – veličina medijalnog razreda

**$f_{med}$**  – originalna frekvencija medijalnog razreda

**KORAK 4b:** Uvrstiti podatke u formulu za korištenje kumulativnog niza "više od"

$$Me = l_2 - \frac{N/2 - \Sigma f_i}{f_{med}} * i$$

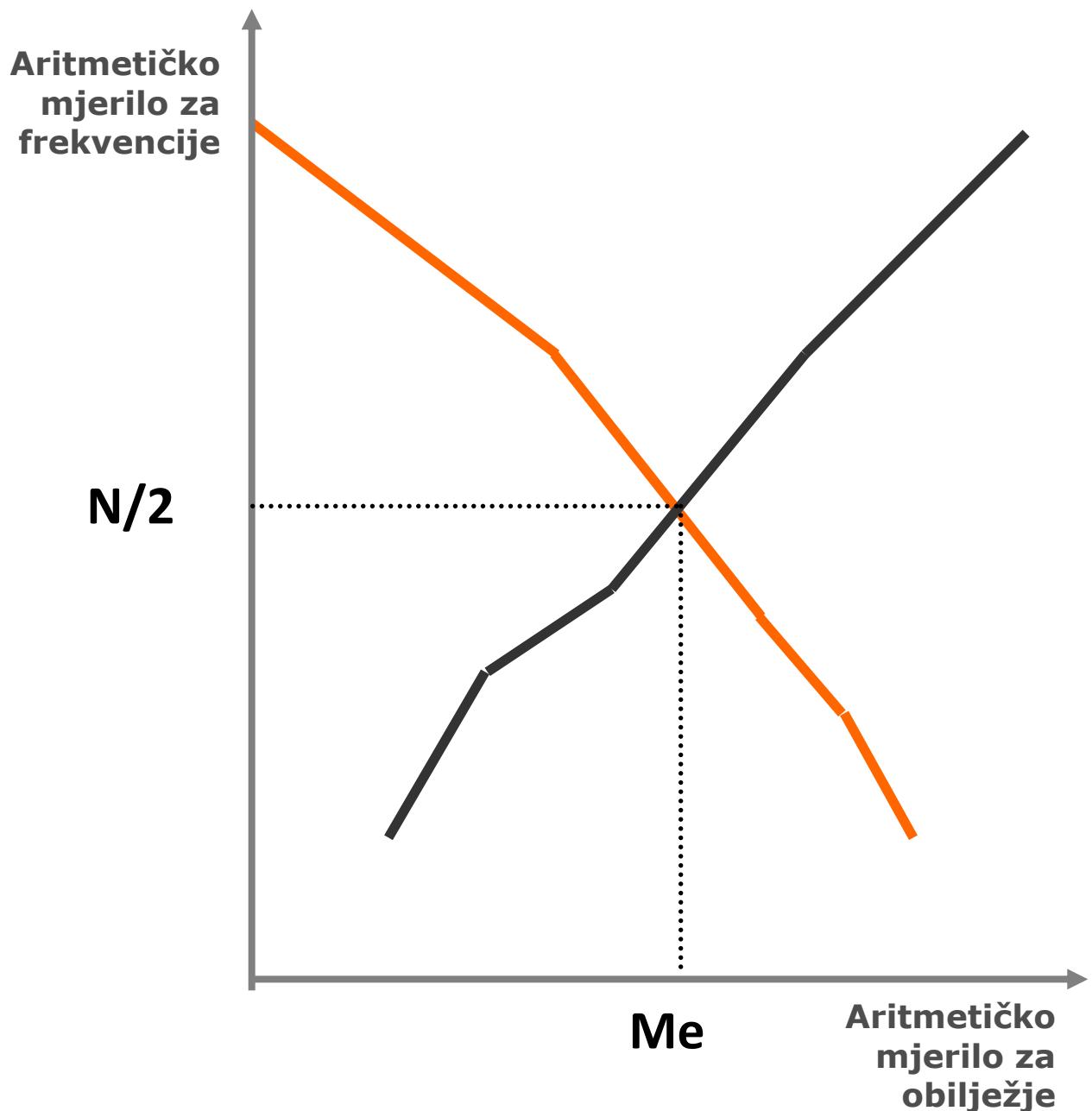
**$l_2$**  – gornja granica medijalnog razreda

**$\Sigma f_i$**  – zbroj frekvencija odozgo prema dolje do medijalnog razreda

**$i$**  – veličina medijalnog razreda

**$f_{med}$**  – originalna frekvencija medijalnog razreda

# Grafičko određivanje medijana



# Uporaba medijana

- Kod **redoslijednog obilježja** medijan je prihvatljivija mjera od aritmetičke sredine
- Za **vrlo asimetrične distribucije**, te distribucije s ekstremno visokim i/ili niskim krajnjim vrijednostima
- Za **distribucije s otvorenim razredima** gdje procjena donje odnosno gornje granice bitno utječe na aritmetičku sredinu



**Mod**

# MOD (Mo)

- Mod je vrijednost *redoslijednog* ili *numeričkog* obilježja koja se **najčešće** javlja u statističkom nizu
  
- Mod je vrijednost obilježja oko koje se elementi statističkog skupa **najgušće** gomilaju
  
- Mod dijeli distribuciju frekvencija na lijevu (rastuću-uzlaznu) i desnu (opadajuću-silaznu) stranu

# Utvrđivanje moda

→ Mod se utvrđuje ako su jedinice numeričkog obilježja grupirane u razrede veličine 1, tada je modalna vrijednost, vrijednost razreda koji ima najveću frekvenciju

→ Primjer:

Ocjena na ispitu	Br. studenata
1	12
2	18
3	31
4	11
5	9
$\Sigma$	<b>81</b>

# Izračunavanje moda

- Mod se izračunava kada su elementi statističkog skupa (niza) grupirani prema:
  - diskontinuirnom numeričkom obilježju s razredima  $i > 1$**
  - kontinuiranom numeričkom obilježju**
- Kod distribucija koje su grupirane u **razrede nejednakih veličina**, izračunavanju moda prethodi korigiranje frekvencija:

$$f_c = \frac{f_i}{i}$$

→ Na temelju određenog Mo razreda (b) te dva susjedna razreda: lijevog (a) i desnog (c), izračunava se vrijednost Mo

$$Mo = l_1 + \frac{(b - a)}{(b - a) + (b - c)} i$$

**l<sub>1</sub>** – donja granica modalnog razreda

**b** – frekvencija modalnog razreda (najveća frekvencija)

**a** – frekvencija razreda ispred Mo razreda

**c** – frekvencija razreda iza Mo razreda

**i** – veličina modalnog razreda

U distribuciji frekvencija može postojati:

- jedna Mo vrijednost - **UNIMODALNA DISTRIBUCIJA**
  - dvije Mo vrijednosti - **BIMODALNA DISTRIBUCIJA**
  - više Mo vrijednosti - **MULTIMODALNA DISTRIBUCIJA**
- Grafički se Mo može odrediti kada se na krivulji distribucije frekvencija (poligon frekvencija) pronađe najveća ordinata (ili tjeme) iz kojeg se spušta okomica na apscisu, gdje se potom pročita vrijednost Mo

# Nedostaci i prednosti Mo

## NEDOSTACI

- ovisan je načinu formiranja razreda
- nema smisla ako se distribucija približava pravokutnoj
- sporan je kod bimodalne ili multimodalne distribucije

## PREDNOSTI

- kod distribucija s ekstremno malim ili velikim vrijednostima NO  $Me$  i  $x$  imaju težnju njihovom približavanju, pri čemu će primicanje  $Me$  biti značajno manje od primicanja  $x$
- **Mo** neće imati tu tendenciju jer ga određuje **najveća frekvencija**



# Mjere disperzije

# Mjere disperzije

- Osim značajke distribucije frekvencija dane u srednjoj vrijednosti, nastaje potreba za drugom značajkom distribucije frekvencija koja će izražavati **stupanj varijabilnosti vrijednosti obilježja**
- Ta se značajka zove **MJERA DISPERZIJE** ili **MJERA RASPRŠENOSTI**

# Mjere disperzije

- Osim značajke distribucije frekvencija dane u srednjoj vrijednosti, nastaje potreba za drugom značajkom distribucije frekvencija koja će izražavati **stupanj varijabilnosti vrijednosti obilježja**
- Ta se značajka zove **MJERA DISPERZIJE** ili **MJERA RASPRŠENOSTI**

## → Mjere disperzije mogu biti:

- absolutne (istorodne distribucije)
- relativne (raznorodne distribucije)

<b>APSOLUTNE M.D.</b>	<b>RELATIVNE M.D.</b>
<b>Raspon varijacija</b> <b>Interkvartil</b> <b>Kvartilna devijacija</b> <b>Srednje absolutno odstupanje</b> <b>Varijanca</b> <b>Standardna devijacija</b>	<b>Koeficijent varijacije</b> <b>Koeficijent kvartilne devijacije</b>

# Apsolutne mjere disperzije

→ prikladne za uspoređivanje disperzije  
samo istorodnih distribucija

**Raspon varijacija**

**Interkvartil**

**Kvartilna devijacija**

**Srednje absolutno odstupanje**

**Varijanca**

**Standardna devijacija**

# 1. Raspon varijacije (R)

→ ili raspon disperzije je gruba informacija o veličini disperzije između najveće i najmanje vrijednosti numeričkog obilježja

$$R = X_{\max} - X_{\min}$$

→ Raspon varijacije za distribucije frekvencija s razredima određuje se kao **razlika gornje granice posljednjeg i donje granice prvog razreda**, ili izračunavanjem razlike razrednih sredina posljednjeg i prvog razreda

→ Nepouzdana mjera disperzije jer promatra razliku između ekstremnih vrijednosti, a ne uzima u obzir raspoređivanje ostalih podataka

## 2. Interkvartil (Iq)

- **KVANTILI** – vrijednosti NO koje niz uređen po veličini dijele na q jednakih dijelova
- **KVARTILI** – niz uređen po veličini dijele na 4 jednakaka dijela

**$Q_1$  – prvi ili donji kvartil**

**$M_e$  – drugi kvartil ili medijan**

**$Q_3$  – treći ili gornji kvartil**

→ **Donji kvartil ( $Q_1$ )** – je vrijednost redosljednog ili numeričkog obilježja, koja sve elemente u distribuciji frekvencija dijeli na  $\frac{1}{4}$  (25%) elemenata koji imaju vrijednost obilježja jednaku ili manju od vrijednosti donjeg kvartila i na  $\frac{3}{4}$  (75%) elemenata koji imaju vrijednost obilježja jednaku ili veću od donjeg kvartila

→ **Gornji kvartil ( $Q_3$ )** – je vrijednost redosljednog ili numeričkog obilježja koja sve elemente u distribuciji frekvencija dijeli na  $\frac{3}{4}$  (75%) elemenata koji imaju vrijednost obilježja jednaku ili manju od gornjeg kvartila i na  $\frac{1}{4}$  (25%) elemenata koji imaju vrijednost obilježja jednaku ili veću od gornjeg kvartila

→ **Iq** predstavlja raspon između **Q<sub>3</sub>** i **Q<sub>1</sub>**

$$IQ = Q_3 - Q_1$$



→ Izražen je u jedinicama u kojima je izraženo i obilježje

→ Što je interkvartil brojčano manji to će polovica svih elemenata statističkog skupa biti više nagomilana oko  $Me$ , a to znači da će disperzija biti manja i obratno

**Q1 i Q3 za grupirane vrijednosti izračunavaju se prema formulama:**

→ **Prvi kvartil Q1**

$$Q_1 = l_1 + \frac{\frac{N}{4} - \sum f_l}{f_{Q_1}} i$$

→ **Treći kvartil Q3**

$$Q_3 = l_1 + \frac{\frac{3N}{4} - \sum f_l}{f_{Q_3}} i$$

**N** – ukupan broj elemenata

**$l_1$**  – donja granica kvartilnog razreda

**$\Sigma f_i$**  – suma frekvencija KN “m.o.” do kvartilnog razreda

**$f_Q$**  – originalna frekvencija kvartilnog razreda

**i** – veličina kvartilnog razreda

### 3. Kvartilna devijacija

→ Rang polu-interkvartila    
$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

### 4. Srednje apsolutno odstupanje

→ prosječna veličina odstupanja pojedinačnih rezultata (bez obzira na smjer odstupanja)

Za negrupirane vrijednosti    
$$MAD = \frac{\sum_{i=1}^N |x_i - \bar{X}|}{N}$$

Za grupirane vrijednosti    
$$MAD = \frac{\sum_{i=1}^k f_i |x_i - \bar{X}|}{\sum_{i=1}^k f_i}$$

## 5. Varijanca ( $\sigma^2$ )

→ je aritmetička sredina kvadrata odstupanja vrijednosti numeričkog obilježja od  $x$  za...

**Za individualne vrijednosti:**

**X:  $x_1, x_2, \dots, x_N$**

$$\sigma^2 = \mu_2$$

$$\sigma^2 = \mu_2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N}$$

**Za grupirane vrijednosti:**

**X:  $x_1, x_2, \dots, x_N$**

**f:  $f_1, f_2, \dots, f_N$**

$$\sigma^2 = \mu_2$$

$$\sigma^2 = \mu_2 = \frac{\sum f_i(x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i}$$

## 6. Standardna devijacija ( $\sigma$ )

→ je drugi korijen iz varijance, standardno odstupanje od prosjeka

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

# Relativne mjere disperzije

→ prikladne i za uspoređivanje disperzije  
raznorodnih distribucija

Koeficijent varijacije

Koeficijent kvartilne devijacije

# 1. Koeficijent varijacije

- relativna mjera disperzije i služi za uspoređivanje varijabilnosti različitih pojava i svojstava
- Postotni omjer standardne devijacije i aritmetičke sredine

$$V = \frac{\sigma}{X} \cdot 100$$

## 2. Koeficijent kvartilne devijacije

→ Disperzija središnjih 50% jedinica

$$V_{\varrho} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

→ Može biti u intervalu od 0 do 1



**Standardizirano  
obilježje**

# Standardizirano obilježje

→ Odstupanja originalnih vrijednosti numeričkog obilježja od aritmetičke sredine u raznorodnim distribucijama frekvencija izračunavaju se s pomoću standardiziranog obilježja:

$$z_i = \frac{x_i - \bar{X}}{\sigma}, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

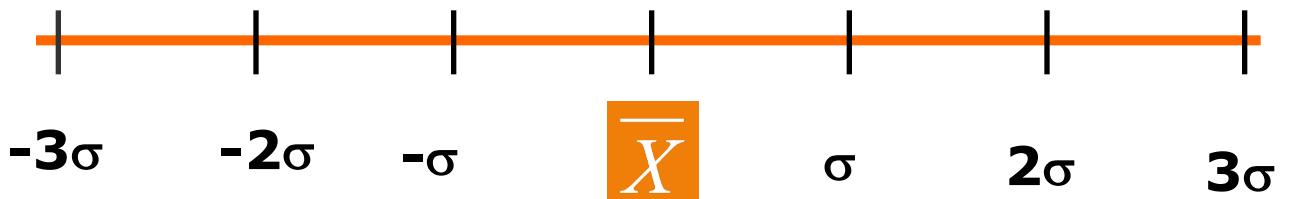
→ Izračunata odstupanja vrijednosti num. obilježja od aritmetičke sredine su izražena u jedinicama standardnih devijacija, te je na taj način osigurana mogućnost usporedbe za raznorodne distribucije

# Svojstva standardiziranog obilježja

- aritmetička sredina standardiziranog obilježja je **jednaka je nuli**
- standardna devijacija standardiziranog obilježja je **jednaka 1**

## Pravilo Čebiševa

- Standardizirana varijabla može poprimiti i pozitivne i negativne vrijednosti
- One će rijetko odstupati od aritmetičke sredine za više od  $\pm 3\sigma$



# Pravilo Čebiševa

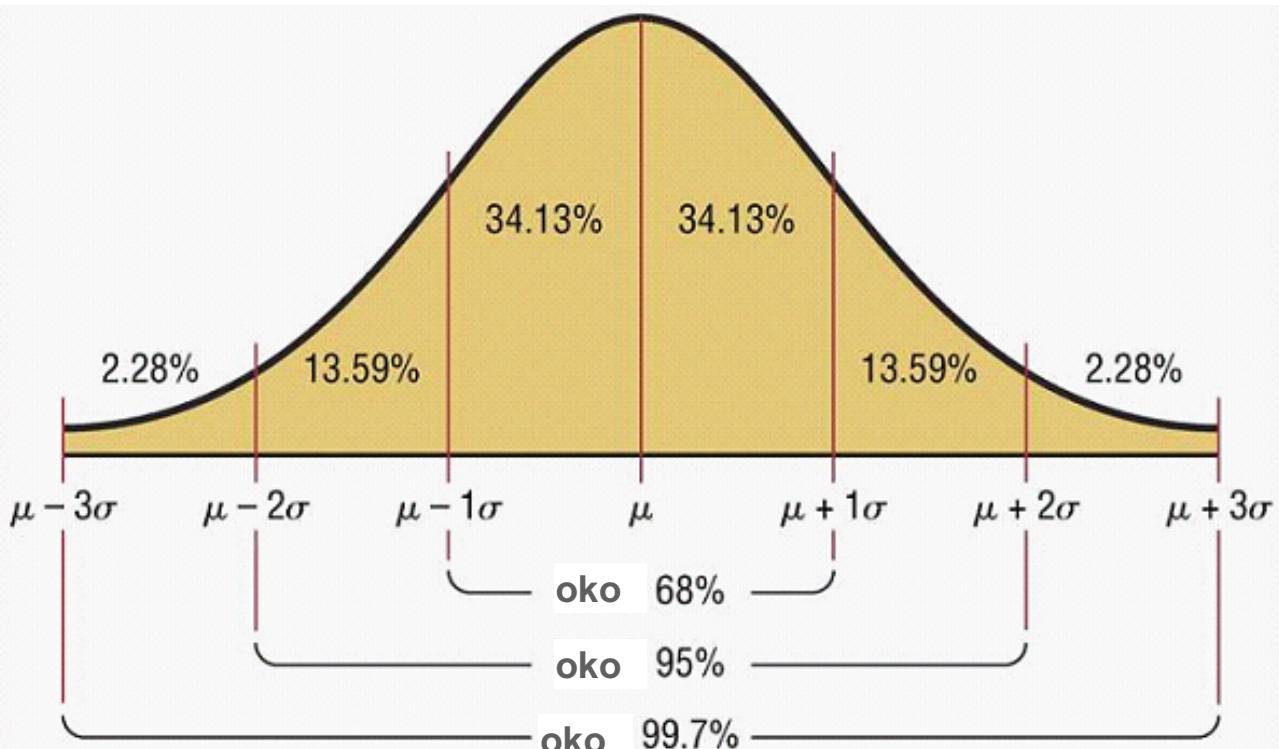
Za zvonolike distribucije

(posebice normalne distribucije):

$\pm 1\sigma$  približno 68% podataka,

$\pm 2\sigma$  približno 95% podataka  
(najmanje 75% svih podataka),

$\pm 3\sigma$  približno 99,7% podataka  
(najmanje 88,89% svih podataka).



# Literatura:

1. Kazmier, Leonard J.: **Business Statistics.** McGraw-Hill, 2004.
2. Neufeld, J. L.: **Learning Business Statistics with Microsoft Excel,** Prentice Hall, New Jersey, 1997.
3. Newbold, Paul / Carlson, William L. / Thorne, Betty M.: **Statistics for Business and Economics.** Prentice-Hall, 2002.
4. Petz, Boris: **Osnovne statističke metode za nematematičare.** Slap, Jastrebarsko, 2004.
5. Sekulić, Branko et al.: **Primjena matematike za ekonomiste.** Informator, Zagreb 1996.
6. Spiegel, Murray R. / Stephens, Larry J.: **Statistics.** McGraw-Hill, 1999.
7. Studenmund, A. H.: **Using Econometrics: A Practical Guide,** HarperCollins Publishers Inc., New York, 1996.
8. Šošić, I.: **Pregled formula iz statistike,** Mikrorad, Zagreb
9. Šošić, Ivan / Serdar, Vladimir: **Uvod u statistiku.** Školska knjiga, Zagreb, 2002.
10. Šošić, Ivan: **Primijenjena statistika.** Školska knjiga, Zagreb, 2004.
11. Šošić, Ivan: **Zbirka zadataka iz statistike.** Mikrorad, Zagreb, 1998.
12. Wonnacott, Thomas H. / Wonnacott, Ronald J.: **Introductory Statistics.** Wiley, 1990.

# Literatura:

## **Internet:**

- 1. <http://www.efos-statistika.com/>**
- 2. HyperStat Online (David M. Lane)**
- 3. Statistics: Power from Data! (Statistics Canada)**
- 4. Introductory Statistics: Concepts, Models and Applications (David W. Stockburger)**
- 5. Introduction to Probability (Charles M. Grinstead, J. Laurie Snell)**
- 6. Virtual Laboratories in Probability and Statistics**
- 7. The R Project for Statistical Computing**

Sve tekuće informacije bit će objavljene na  
[www.pravos.hr](http://www.pravos.hr)