



# STATISTIKA ZA PRAVNIKE

**Prof.dr.sc. Nihada Mujić**  
**Doc.dr.sc. Martina Mikrut**

**Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera**  
**Pravni fakultet u Osijeku**

# Vježbe 25.03.

Drage studentice i studenti,

Danas nam je zadatak ponoviti prvih 6 lekcija (sve ih dodajem u nastavku).

**Molim vas: ponovite sve, prilikom ponavljanja koristite pitanja sa zadnjeg slide-a, provjerite vaše zadaće nakon ponavljanja, ako sami nađete grešku u nekoj od zadaća pošaljite ispravak i napišite što ste popravljali. Svi koji nisu slali zadaće neka pošalju jer će navedeno biti veliki dio prvog, obveznog kolokvija kojeg imamo sljedeći put. Sve informacije o postupku imat ćete do nedjelje. Svi koji nisu slali zadaće, osim što nemaju bodove, nemam niti njihove kontakte pa molim da barem pošaljete mail kako biste mogli pristupiti kolokviju.**

Vežano za zadaće, najviše problema bilo je oko postotaka (tablice ukupno, okomito, vodoravno sto), pa šaljem dodatno pojašnjenje da se imate priliku sami kontrolirati:

*U konkretnom zadatku, za svaki broj imate tri opcije izračuna postotka. Npr., ako znamo da od svih studenata imamo 20 studenata koji su izvanredni i ženskog spola, mi možemo računati:*

- a) koliko je to % od SVIH studenata (tada dio 20, dijelimo sa cjelinom SVI i množimo sa sto). OVDJE ZBROJ SVIH MORA BITI STO*
- b) koliko je to % od svih ŽENSKIH studenata (tada dio 20, dijelimo sa cjelinom SVI ŽENSKI STUDENTI) i množimo sa sto). OVDJE ZBROJ SVIH ŽENA MORA BITI STO (tako i muškaraca)*
- c) koliko je to % od svih IZVANREDNIH studenata (tada dio 20, dijelimo sa cjelinom SVI IZVANRENDI STUDENTI) i množimo sa sto). OVDJE ZBROJ SVIH izvanrednih MORA BITI STO (tako i redovnih)*

# Sadržaj

1. Pojam i predmet proučavanja statistike
2. Izvori podataka i metode prikupljanja podataka
3. Faze rada statističke metode
4. Statističko tabeliranje
5. Grafičko prikazivanje nominalnih i redosljednih nizova
6. Relativni brojevi kvalitativnih nizova
7. Numerički nizovi
8. Grafičko prikazivanje numeričkih nizova
9. Srednje vrijednosti
10. Aritmetička sredina
11. Medijan
12. Mod
13. Mjere disperzije
14. Standardizirano obilježje
15. Analiza vremenskih nizova
16. Indeksna metoda
17. Individualni indeksi stalne baze
18. Verižni indeksi
19. Preračunavanje individualnih indeksa
20. Srednje vrijednosti vremenskih nizova
21. Skupni indeksi
22. Linearni trend
23. Regresija i korelacija
24. Metoda uzoraka



# Pojam i predmet proučavanja statistike

***"Statistički način mišljenja  
jednog će  
dana za svakodnevni život  
građana postati jednako  
neophodan  
kao znanje čitanja i pisanja."***

*H.G.Wells (1866. – 1946.)*

# Definicija statistike

- Preko 100 definicija pojma "statistika"
- "Nijedna definicija ne znači mnogo tako dugo dok nismo proučili ono na čemu radimo – a tada je svaka definicija gotovo nepotrebna";  
Mainland
- **Statistika je znanstvena disciplina koja se bavi prikupljanjem, analizom i tumačenjem podataka masovnih pojava**
- U svakodnevnom govoru, riječ *statistika* koristi se i za već prikupljenje i uređene podatke, brojčane pokazatelje, koji su objavljeni u obliku tablica, grafikona i sl.

# Statistika u svakodnevnom životu

Pojam statistike ne odnosi se isključivo na statističke podatke, već uz način proučavanja pojava koje nas okružuju, a u svakodnevnom životu susrećemo se s njom kroz:

- ✓ Prosjek ocjena
- ✓ Stopu inflacije
- ✓ Postotak porasta nezaposlenih
- ✓ Prosječnu starost stanovnika RH
- ✓ ...

# Podjela statistike

## → Deskriptivna statistika

Temelji se na potpunom obuhvatu statističkog skupa, koristi brojčane (numeričke) i grafičke metode kako bi **opisala populaciju (N)**

→ *mjere centralne tendencije, mjere disperzije, mjere asimetrije, mjere zaobljenosti...*

## → Inferencijalna statistika

Temelji se na dijelu (uzorku (n)) jedinica izabranih iz statističkog skupa, radi donošenja zaključaka o **parametrima populacije**

→ *procjene parametara, testiranje hipoteza, neparametrijski testovi (hi-kvadrat test)...*



# Predmet proučavanja statistike

- **Varijacije** (različitost, promjenjivost) i **kovarijacije** (sličnost, povezanost, međuovisnost) **podataka** koji prikazuju različite pojave u prirodi i društvu ili su rezultat mjerenja
- Zakonitosti koje se javljaju u **masovnim pojavama**
- **Masovne pojave** su skupine istovrsnih, ali ujedno i varijabilnih elemenata koje imaju jedno ili više zajedničkih svojstava i nazivamo ih **statističkom masom** ili **statističkim skupom**



# Definiranje statističkog skupa

- **Statistički skup** potrebno je definirati:
  - ☑ ŠTO: **Pojmovno**
  - ☑ GDJE: **Prostorno**
  - ☑ KADA: **Vremenski**
    - u jednom trenutku
    - u intervalu
  
- **Opseg** statističkog skupa je **broj njegovih elemenata**
  
- Skup može biti **konačan** (jer ima konačan opseg) i **beskonačan** (jer ima beskonačno mnogo članova)

# Elementi statističkog skupa

→ Sastav statističkog skupa ovisi o pojedinačnom slučaju – ovisi o pojavama koje se istražuju

## STATISTIČKA JEDINICA



## STATISTIČKA MASA

- 1.) osoba
- 2.) stvar
- 3.) ustanove i poduzeća
- 4.) usluge
- 5.) događaji
- 6.) djelovanje

- 1.) stanovništvo, studenti
- 2.) knjige, vozila
- 3.) bolnice, sudovi, škole
- 4.) u zdravstvu,
- 5.) rođenje, nezgode
- 6.) kaznena djela,  
djela socijalne zaštite

# Statističko obilježje

- **Svojstvo** po kojemu jedinice statističkog skupa **međusobno nalikuju i međusobno se razlikuju** (npr. spol, dob, visina, ocjene...)
- Statističko obilježje naziva se i **varijabla**
- Pojavljuje se u **različitim oblicima** ili **stupnjevima**
- Obilježja mogu biti:
  - **KVALITATIVNA** (izražavaju se opisno)
  - **KVANTITATIVNA** (izražavaju se brojčano)

# Statističko obilježje

**Kvalitativna** obilježja mogu biti:

→ **Nominalna**

☑ **Atributivna** (spol, zanimanje)

☑ **Geografska** (mjesto rođenja, mjesto studiranja)

→ **Redoslijedna** (ocjena, školska sprema, stupanj zadovoljstva studiranjem)

**Kvantitativna** (numerička) obilježja mogu biti:

→ **Prekidna** ili diskontinuirana (broj studenata na godini, broj počinjenih kaznenih djela)

→ **Neprekidna** ili kontinuirana (visina, težina, duljina, cijena)



# **Izvori podataka i metode prikupljanja podataka**

# Podaci prema izvoru

- Podaci su **osnova svake statističke analize**
- **Pribavljanje podataka ovisi o cilju i predmetu istraživanja, prirodi pojava, raspoloživim resursima...**

Prema izvoru, podatke dijelimo na:

- ☑ **Sekundarni podaci**: podaci prikupljeni u skladu s nekim ciljem i na određen način, opseg i vrsta ne izvire neposredno iz potreba danog istraživanja
- ☑ **Primarni podaci**: podaci koji se prikupljaju u skladu s ciljem istraživanja, za sve članove skupa ili dio njih

# Sekundarni podaci

- Sekundarni podaci su u pravilu lako dostupni, a njihovo pribavljanje nije povezano uz velike troškove, no ponekad su nedovoljni
- Mogu biti interni i eksterni:

## INTERNI PODACI

- Računovodstvo
  - Referada
  - Knjižnica
  - ...

## EKSTERNI PODACI

- Statistički uredi
- Zavodi za istraživanje tržišta
- Državne institucije
- ...



# Primarni podaci

→ Metode prikupljanja podataka dijele se na:

- ☑ **Osobno**– F2F (uz pomoć papirnatom upitnika PAPI ili računala CAPI)
- ☑ **Telefonsko** (uz pomoć računala CATI)
- ☑ **Poštansko** (klasična pošta ili fax)
- ☑ **Internet** (web, mail, chat, ...)
- ☑ **Opažanja** (mjerjenje)

→ Ili ovisno o tome gdje se anketira npr.

- ☑ Upitnicima u kućanstvu
- ☑ Anketiranje na centralnoj lokaciji...

→ Za **sve metode** i mjesta postoje **prednosti i nedostaci**, potreban je odabir metode s najpovoljnijim odnosom uloženog i dobivenog



# Faze rada statističke metode

# Faze rada statističke metode

- **Statističko promatranje**
- **Grupiranje ili klasifikacija**
- **Statistička analiza**
- **Tumačenje rezultata**

# Statističko promatranje

## → S obzirom na vrijeme:

- Periodično
- Jednokratno
- Tekuće

## → S obzirom na obuhvat:

- Sveobuhvatno (iscrpno)
- Reprezentativno (uzorak)

# Grupiranje ili klasifikacija

- Uređivanje izvornih podataka na temelju utvrđenog pravila
- Veliki broj podataka uređuje se **grupiranjem prema određenom pravilu** razvrstavanja podataka
- **Broj podataka u jednoj grupi naziva se frekvencijom grupe**, koja može biti apsolutna ili relativna
- **Zbroj svih frekvencija čini opseg skupa**

# Grupiranje ili klasifikacija

## → Formiranje grupa:

- Iscrpno
- Isključivo

## → Raspoređivanje podataka u grupe ili razrede koji mogu biti:

- Jednaki ili nejednaki
- Zatvoreni ili otvoreni

# Statistička analiza

- **Uređivanjem izvornih podataka** na temelju utvrđenog pravila kreira se statistički niz
- **Statistički niz** = suma frekvencija svih grupa statističkog skupa, čine ga grupe poredane po određenom principu...

# Vrste statističkih nizova (skupova):

## Vrste statičkih nizova s obzirom na grupiranje:

NEGRUPIRANI

$X_i: X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$

GRUPIRANI

statističke tablice

**a) Negrupirani statistički niz - podaci su zapisani slijedom kojim su i prikupljeni**

$X_i: X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$

studenti prema ocjeni iz statistike:

5, 5, 5, 5, ..., 5



**b) Grupirani statistički niz**

podaci se prikazuju u tablicama distribucije  
frekvencija

**STATISTIČKE SKUPINE**

- modaliteti obilježja (redovi)

**FREKVENCije**

- broj jedinica modaliteta obilježja  
(stupci)

<b>Spol <math>x_i</math></b>	<b>Broj studentata <math>f_i</math></b>
<b>M</b>	<b>40</b>
<b>Ž</b>	<b>60</b>
<b>Ukupno</b>	<b>100</b>

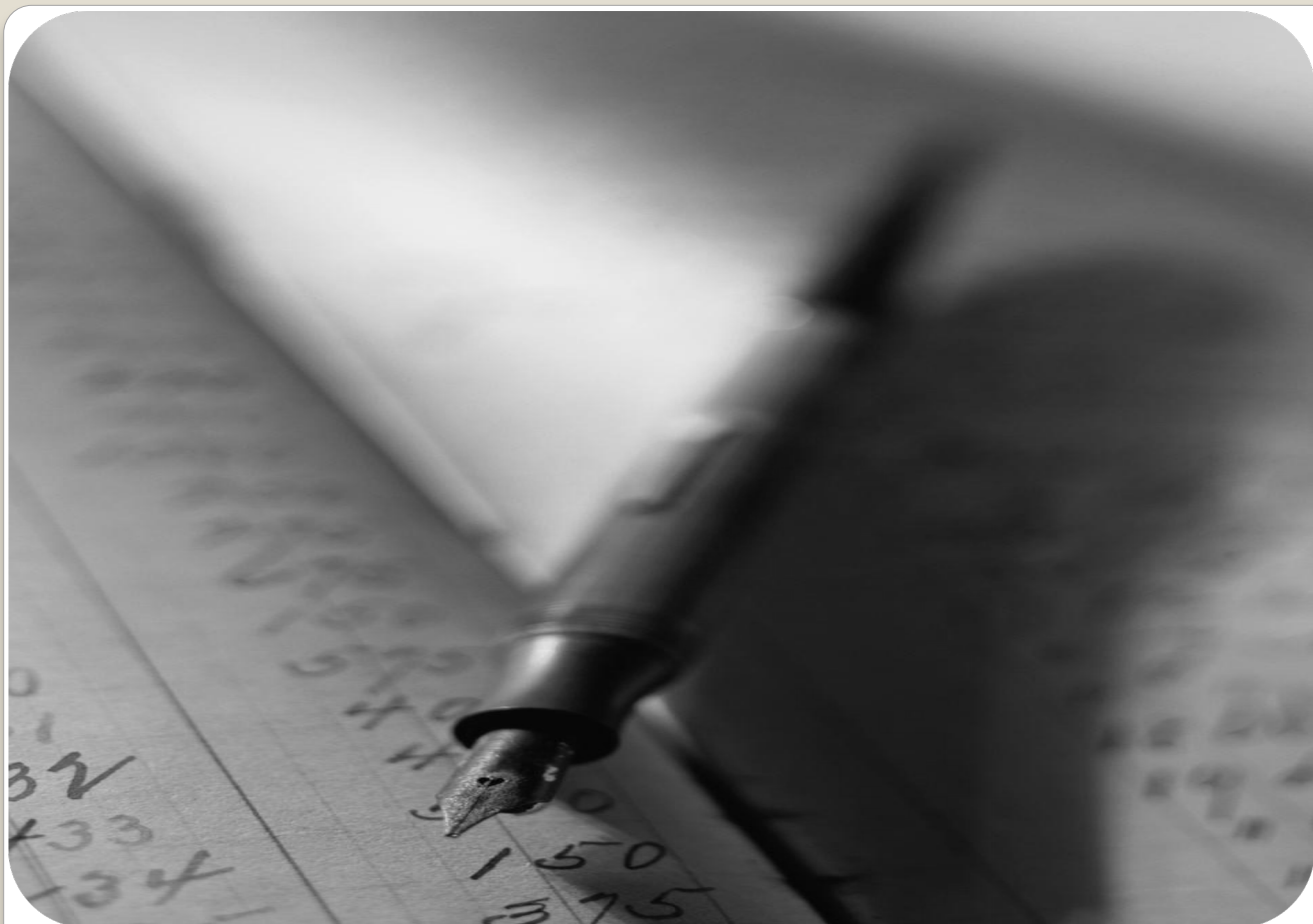
# Statistički nizovi

Vrste statičkih nizova s obzirom na obilježje:

- ☑ **NOMINALNI NIZ** - prema veličini frekvencija, abecedno, nomenklaturno
- ☑ **REDOSLIJEDNI NIZ** – prema intenzitetu
- ☑ **NUMERIČKI NIZ** – prema vrijednosti num. obilježja
- ☑ **VREMENSKI NIZ** – kronološki

# Tumačenje rezultata

- ☑ **Statistički ispravno**
- ☑ **U skladu s pravilima struke**
- ☑ **Nužno izbjeći manipulaciju rezultatima**



# Statističko tabeliranje

# Statističko tabeliranje

- Postupak svrstavanja podataka u tablice prema određenom pravilu
- Cilj tabeliranja je olakšati praćenje i analizu podataka
- Tablice mogu biti **izvještajne** (veliki broj redova i stupaca, kao tablice DZS-a) i **analitičke** (u pravilu manjih dimenzija)

# Elementi statističke tablice

Naslov tablice:

	Z A G L A V L J E	Ukupno
P R E T S T U P A C	<b><u>Brojčani dio tablice:</u></b>  ∅ prosjek  ... ne raspolaže se  - nema podatka  ( ) nepotpun podatak  * ispravljen podatak	Z B I R N I S T U P A C
Ukupno	ZBIRNI RED (sume stupaca)	

Izvor

: \_\_\_\_\_

# Vrste statističkih tablica

→ Vrste statističkih tablica su

- ☑ **Jednostavne tablice:** samo jedna pojava, jedan statistički niz kada je grupiranje provedeno prema jednom obilježju
- ☑ **Skupne ili složene tablice:** dva ili više statističkih nizova grupiranih prema jednom obilježju
- ☑ **Kombinirane tablice:** jedan statistički niz promatran prema dva ili više obilježja. Sadrži i zbirni red i zbirni stupac



# **Grafičko prikazivanje nominalnih i redosljednih nizova**



# Grafičko prikazivanje

- Grafički prikazani statistički podaci **razumljiviji su i pregledniji** u odnosu na njihovo predstavljanje tablicom
- Veća preglednost grafičkog prikaza i snaga prvog vizualnog utiska o karakteristikama promatrane pojave prednosti su grafičkih prikaza
- Danas se grafički prikazi konstruiraju **pomoću računalnih programa** koji u sebi sadrže predefinirana načela opisne statistike



# Skupine grafičkih prikaza

→ Grafički je moguće prikazati jedan ili više kvalitativnih nizova

→ Skupine grafičkih prikaza:

☑ Površinski grafikoni

☑ Linijski grafikoni

☑ Kartogrami

# Površinski grafikoni

→ podaci se prikazuju **površinama geometrijskih likova**, površine likova su **upravno razmjerne brojevima koji se tim površinama prikazuju**

- ☑ Jednostavni stupci ( $P = a * b$ )
- ☑ Razdijeljeni (strukturni) stupci
- ☑ Dvostruki stupci
- ☑ Površina kvadrata ( $P = a^2$ )

# Površinski grafikoni

- ☑ Površina kruga ( $P = r^2\pi$ )
- ☑ Površina polukruga
- ☑ Varzarov znak ( RBK ili RBS )  
(baza= nazivnik odnosa ,  
visina= rel. broj)
- ☑ Histogram

# Linijski grafikoni

→ Koriste se za prikazivanje nizova

a) NUMERIČKIH (kontinuirani i diskontinuirani)

b) VREMENSKIH (trenutačni i intervalni)

☑ **Apscisa - A.M. za obilježje**

☑ **Ordinata - A.M. za frekvenciju**

# Kartogrami

→ Grupiranje jedinica prema geografskom obilježju gdje sve grupe zajedno predstavljaju cjelovito geografsko područje

→ VRSTE:

- Dijagramske karte
- Piktogrami
- Statističke karte

# Grafičko prikazivanje redosljednih nizova

→ Grupiranje se vrši na isti način kao i grupiranje prema nominalnom obilježju s tim da je redosljed modaliteta ili grupa uvijek određen rangom intenziteta obilježja koji pojedina grupa predstavlja, i to polazeći od najnižeg prema najvišem ili obratno



# Relativni brojevi kvalitativnih nizova



# Relativni brojevi

- **RELATIVNI BROJ** je logičan izraz mjerenja kada se neka veličina mjeri drugom veličinom (nazivnik=baza usporedbe)
- Ova posljednja veličina postaje time mjera za veličinu koja se uspoređuje (mjeri)
- Zadatak relativnih brojeva je:
  - Brojčano izraziti odnose među pojavama
  - Omogućiti i olakšati usporedbu

# Vrste relativnih brojeva

## 1. Relativni brojevi strukture

(D/C)

- ☑ proporcije, postoci, promili  
(p, %, ‰)

## 2. Relativni brojevi dinamike

(indeksi)

- ☑ bazni, verižni
- ☑ individualni, skupni

## 3. Relativni brojevi koordinacije

(RBK)

# Relativni brojevi strukture

- Ako se stavi u odnos broj elemenata dijela skupa prema broju elemenata u skupu, dobiva se relativan broj koji se zove **PROPORCIJA** tog dijela u skupu
- Proporciju označavamo s **p**
- Budući da je dio uvijek manji od cjeline, onda je:  $0 < p < 1$
- Relativna frekvencija modaliteta  $a_i$  je omjer apsolutne frekvencije  $f_i$  tog modaliteta i zbroja apsolutnih frekvencija  $N$ :

$$p(a_i) = \frac{f(a_i)}{N} = \frac{\text{dio}}{\text{cjelina}} \quad i = 1, 2, 3, \dots, k$$

$$N = \sum_{i=1}^k f(a_i)$$

# Svojstva

- Relativne frekvencije su upravno proporcionalne apsolutnim frekvencijama
- Relativne frekvencije se radi lakšeg tumačenja množe sa sto (%) ili sa tisuću (‰)

$$\boxed{\checkmark} 0 < f_i < N \quad \dots \quad \Sigma f_i = N$$

$$\boxed{\checkmark} 0 < p_i < 1 \quad \dots \quad \Sigma p_i = 1$$

$$\boxed{\checkmark} 0 < P_i < N \quad \dots \quad \Sigma P_i = 100$$

- Ekstremni slučajevi:

Dio pojave koji se uspoređuje = 0, tada je  $p=0$

Dio pojave koji se uspoređuje = C (cjelina), tada je  $p=1$

# Kutno sto, vodoravno sto, okomito sto

→ Analiziranje podataka u kombiniranoj tablici relativnim brojevima strukture:  
vodoravno 100, okomito 100, kutno 100

## Primjer 1.

**Upisani studenti na stručni i sveučilišni studij prema spolu i načinu strudiranja u ak. g. 2008./2009**

<b>Upisani studenti</b>	<b>Studenti</b>	<b>Studentice</b>	<b>Ukupno</b>
<b>Redovni</b>	<b>36.681</b>	<b>44.721</b>	<b>81.402</b>
<b>Izvanredni</b>	<b>8.180</b>	<b>16.360</b>	<b>24.540</b>
<b>Ukupno</b>	<b>44.861</b>	<b>61.081</b>	<b>105.942</b>

Izvor: Statistički ljetopis 2009., str.467

# Kutno sto

stavljanje u odnos svih brojeva u tablici prema ukupnoj statističkoj masi

Upisani studenti	Studenti	Studentice	Ukupno
Redovni	36.681	44.721	81.402
Izvanredni	8.180	16.360	24.540
Ukupno	44.861	61.081	105.942

Upisani studenti	Studenti	Studentice	Ukupno
Redovni	34,62	42,21	76,84
Izvanredni	7,72	15,44	23,16
Ukupno	42,34	57,66	100,00

+

+

# Vodoravno sto

stavljanje u odnos svih brojeva u tablici prema vrijednostima iz zbirnog stupca

Upisani studenti	Studenti	Studentice	Ukupno
Redovni	36.681	44.721	81.402
Izvanredni	8.180	16.360	24.540
Ukupno	44.861	61.081	105.942

Upisani studenti	Studenti	Studentice	Ukupno
Redovni	45,06	54,94	100,00
Izvanredni	33,33	66,67	100,00
Ukupno	42,34	57,66	100,00

+

# Okomito sto

stavljanje u odnos svih brojeva u tablici prema vrijednostima iz zbirnog reda

Upisani studenti	Studenti	Studentice	Ukupno
Redovni	36.681	44.721	81.402
Izvanredni	8.180	16.360	24.540
<b>Ukupno</b>	<b>44.861</b>	<b>61.081</b>	<b>105.942</b>

Upisani studenti	Studenti	Studentice	Ukupno
Redovni	81,77	73,22	76,84
Izvanredni	18,23	26,78	23,16
<b>Ukupno</b>	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>

+



# Relativni brojevi dinamike

- Nazivaju se INDEKSI
- Pokazuju odnos između stanja jedne te iste pojave ili skupine pojava na različitim mjestima ili u različitim vremenskim razdobljima
- Vrste indeksa:
  - ☑ **individualni** (dinamika jedne pojave)
  - ☑ **skupni** (odnosi stanja heterogene skupine pojava)

# Relativni brojevi koordinacije

- Koristi se za uspoređivanje dvije pojave (P1 i P2), npr. broja studenata prema broju nastavnika, broj optuženih u odnosu na broj prijavljenih ...
- Izračunavaju se stavljanjem u odnos frekvencije pojave koja se uspoređuje, s frekvencijom pojave prema kojoj se provodi usporedba
- RBK se grafički prikazuje površinskim grafikonom Varzarovim znakom

$$\text{RBK} = \frac{P1}{P2} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\text{RBK}} = \frac{P2}{P1}$$

# Pitanja za ponavljanje:

- Što je statistička masa i kako se definira
- Što je statistički niz
- Vrste obilježja i numeričkih nizova
- Vrste statističkih tablica i grafikona
- Elementi statističke tablice
- Vrste relativnih brojeva
- Izračun postotaka